

### PROBLEMAS CON FUNCIONES

1.- El beneficio obtenido por la producción y venta de  $x$  kilogramos de un artículo viene dado por la función:  $B(x) = -0.01x^2 + 3.6x - 180$ . Se pide:

- Representa gráficamente esta función.
- Determina el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo. **Sol.**  $x = 180kg$
- Determina cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas. **Sol.**  $x = 300kg$

2.- El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo  $t$ , en años, viene dado por la función:  $f(t) = -4t^2 + 60t - 15$   $1 \leq t \leq 8$ .

- ¿Cuál será el valor de las existencias para  $t = 2$ ? ¿Y para  $t = 4$ ?
- ¿Cuándo y qué valor máximo alcanza las existencias? **Sol.**  $t = 7,5$  años, 210.000€
- ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 mil euros? **Sol.**  $t = 5$  y  $t = 10$

3.- El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, viene dado por la

función:  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 7x & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 10 & \text{si } 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$ , donde  $x$  representa el tiempo

transcurrido en años.

- Representa gráficamente la función
- Explica cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años y calcula cuándo el beneficio esperado es de 11,25 millones de euros. **Sol.**  $x = 4,5$  y  $x = 2,5$

4.- Los alumnos del instituto quieren ir de viaje y deben pagar 300€ fijos de autobús.

- ¿Cuánto pagará cada uno si sólo van 20?, ¿y si van 50?
- Construye una tabla en la que se relacionen las variables cantidad de personas-precio.
- ¿Te atreves a dar una fórmula que nos permita saber cuánto pagarán en función del número de personas que van a la excursión ( $x$ )?
- Dibuja la gráfica de la función anterior. ¿Qué ocurrirá si van muchísimos?

5.- Lanzamos verticalmente un cohete. La altura  $y$  (en metros) a la que se encuentra en cada instante  $t$  (en segundos) viene determinada por la función:  $y = -5t^2 + 500t$ .

- Dibuja la gráfica de la función e indica su dominio.
- ¿En qué instante alcanzará su altura máxima? ¿Cuál es dicha altura? **Sol.** (50,12500)
- ¿En qué intervalo de tiempo estará a una altura mayor de 4.500 metros? **Sol.** [10,90]

6.- Las funciones de oferta y demanda de mercado de un determinado bien son:

$f_o = 150P - 300$  y  $f_d = 62.700 - 300P$ , donde  $P$  es el precio. Se pide:

- Explica qué ocurriría si  $P = 170$ , y si  $P = 110$ .
- Representa las dos funciones anteriores y calcula el precio y la cantidad de equilibrio.

7.- Una agencia de viaje tiene un beneficio de 600€ por persona si son 100 los que van de viaje. Por otro lado, sabemos que por cada 5 personas más que viajen la agencia gana 10€ menos por persona. ¿Cuál será el precio total para un viaje de 180 personas? **Sol.** 79200€

¿Para qué número de personas la empresa tendrá el beneficio máximo y a cuánto asciende dicho beneficio? **Sol.** 200 personas con un beneficio de 80000€

8.- En nuestra planta de producción de coches, sabemos que, fabricando  $x$  coches, tenemos un gasto total de  $G(x) = 200x + 20$  euros y un ingreso de  $I(x) = -x + 1000$  por cada coche fabricado. ¿Cuántos coches debemos fabricar para obtener el beneficio máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? **Sol.** (400,15980)

9.- Un bar abre sus puertas a las nueve de la noche. La función que relaciona el dinero ingresado y el número de horas ( $h$ ) que lleva abierto viene dado por  $I(x) = 90h - 10h^2$  euros, al que debemos descontarle los 10 euros por hora que cobra el camarero.

- a) ¿Cuál es el beneficio máximo y a qué hora se produce? **Sol.** 160€.. **A la 1:00 a.m.**  
b) Si deseamos tener un beneficio que oscile entre 70 y 150€, ¿entre qué horas debemos cerrar el establecimiento? **Sol.** **Entre las 10 y las 12 ó entre las 2 y las 4.**  
c) ¿A partir de qué hora pasamos a tener pérdidas? **Sol.** **A partir de las 5:00 a.m.**

10.- Sabemos que la función ganancia de una empresa viene dada por la función

$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  miles de €, en función de los meses que lleva funcionando la empresa.

- a) ¿Qué ganancias tendrá en el momento de apertura de la empresa? **Sol.** **-1000€**  
b) ¿A partir de qué momento tendremos ganancias? **Sol.** **1 mes**  
c) ¿A partir de algún momento empezará a disminuir la ganancia? **Sol.** **Nunca.**  
d) A medida que transcurra el tiempo, ¿qué ocurrirá con la ganancia de la empresa?  
**Sol.** **Aumentará más y más pero sin sobrepasar los 1000€ de beneficios.**

11.- El coste de producción de  $x$  motos viene dado por función  $2x^2 + 4x + 100$  euros. A esto debemos sumarle 400€ de alquiler del bajo comercial. Sabiendo que cada moto se vende a un precio de  $x + 214$ , se pide:

- a) El número de motos que debemos vender para maximizar el beneficio. ¿A cuánto asciende este beneficio? **Sol.** **105 motos, con un beneficio total de 10525€**  
b) ¿Cuántas motos debemos vender para ganar 10.500€? **Sol.** **100 ó 110 motos**

12.- El consumo  $C(x)$  de gasolina de cierto automóvil, expresado en litros consumidos cada 100 km. recorridos a una velocidad constante de  $x$  km/h, se puede aproximar por la función siguiente, entre 25 y 175 km/h,  $C(x) = 7,5 - 0,05x + 0,00025x^2$ .

- a) ¿A qué velocidad se obtiene el mínimo consumo? ¿Cuál es ese consumo mínimo? ¿Cuál es el gasto a esa velocidad en un viaje de 300 km? **Sol.** **100 km/h. 5 l. 15 l.**  
b) Determina las velocidades que corresponden al consumo máximo, y dicho consumo.  
**Sol.** **Consumo máximo de 6,40 l a 25 y 175 km/h.**

13.- En mi producción de sillas, cada silla tiene un coste de 80€. Sabemos que a un precio de 90€, vendemos 180 sillas y por cada euro que aumenta este precio, el número de ventas disminuye en 6 sillas. Calcula el precio que nos produce beneficio máximo, dicho beneficio máximo y el número sillas vendidas. **Sol.** **120 sillas a 100€**

14.- La cantidad de una sustancia radiactiva en el cuerpo se reduce a la mitad cada año. Si inicialmente el cuerpo tenía 5g de dicha sustancia, ¿cuánto tendrá a medida que el tiempo aumente más y más?, ¿qué tipo de función es?

15.- El número de personas que conocen una noticia en Facebook se dobla cada hora que pasa. Si inicialmente la conocen 3 personas, ¿cuántos la conocerán al cabo de 5h? Halla la función que relaciona número de personas que la conocen y tiempo transcurrido